



POLITÉCNICA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MATERIA: MATEMÁTICAS II

**INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de transmisión de datos, representación gráfica o cálculo simbólico.

**CALIFICACIÓN:** La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el enunciado, donde también se especifica la valoración de cada apartado. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos**

Dado el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ ax + (2+a)z = 2 \\ y - z = -a, \end{cases}$$
 se pide:

- (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro real  $a$ .
- (0.5 puntos) Resolverlo para  $a = 1$ .

**Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos**

Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x \cos(x^2) & \text{si } x \leq 0, \\ \frac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0, \end{cases}$  se pide:

- (0.75 puntos) Estudiar la continuidad de  $f$ , en  $x = 0$ .
- (0.75 puntos) Calcular  $f'(1)$ .
- (1 punto) Calcular  $\int_{-\sqrt{\pi}}^0 f(x) dx$ .

**Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos**

Dados el punto  $A(1, -1, 0)$  y el plano  $\pi \equiv x + y - z = 2$ , se pide:

- (0.5 puntos) Determinar la ecuación de una recta perpendicular a  $\pi$  que pase por  $P$ .
- (2 puntos) Hallar el volumen del tetraedro que forma el origen de coordenadas  $O(0, 0, 0)$  con los puntos de intersección del plano  $\pi$  con cada uno de los tres ejes.

**Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos**

Las calificaciones de una prueba de idioma extranjero siguen una distribución normal de media 90 y desviación típica 30.

- (1 punto) Calcule la probabilidad de que un estudiante elegido al azar supere los 78 puntos.
- (1.5 puntos) Una prestigiosa universidad exige a los estudiantes, para acceder, una nota mayor que 125 puntos. Calcule el porcentaje esperado de estudiantes admitidos.

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. Calificación máxima: 2.5 puntos

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ , se pide:

- (1 punto) Justificar que admite inversa y calcular  $A^{-1}$ .
- (0.5 puntos) Calcular el determinante de la matriz  $A^t \cdot A$ , donde  $A^t$  es la matriz traspuesta de  $A$ .
- (1 punto) Obtener el rango de la matriz  $A^2 - 2A$ .

### Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos

Dada la función  $f(t) = (t + 1)e^{-2t}$ , se pide:

- (1 punto) Calcular  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ .
- (1.5 puntos) Estudiar el crecimiento y los valores máximo y mínimo de  $f(t)$  en  $[-1, \infty)$ .

### Ejercicio 3. Calificación máxima: 2.5 puntos

Se considera la recta  $r$  que pasa por el punto  $P(1, 0, 3)$  y tiene vector director  $\vec{u} = (2, 1, 1)$ ; y el plano  $\pi \equiv x + y + 2z = 6$ . Se pide:

- (1 punto) Determinar la posición relativa de  $r$  y  $\pi$ .
- (1.5 puntos) Hallar la ecuación de un plano  $\pi'$  perpendicular a  $\pi$  y que contenga a  $r$ . Determinar la distancia del punto  $A(2, 0, 2)$  al plano  $\pi'$ .

### Ejercicio 4. Calificación máxima: 2.5 puntos

En la flota de vehículos de una empresa de alquiler hay 75 vehículos compactos y 36 SUV. Se sabe que el 25% de los compactos y el 15% de los SUV son híbridos. Alquilamos un vehículo y la empresa nos lo asigna al azar de entre toda su flota. Se pide:

- (1.5 puntos) Calcular la probabilidad de que sea híbrido.
- (1 punto) Si nos ha correspondido un vehículo híbrido, determinar la probabilidad de que sea un SUV.

# DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si  $Z$  tiene distribución  $N(0, 1)$ ,  $P(Z < 0,45) = 0,6736$ .

$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990